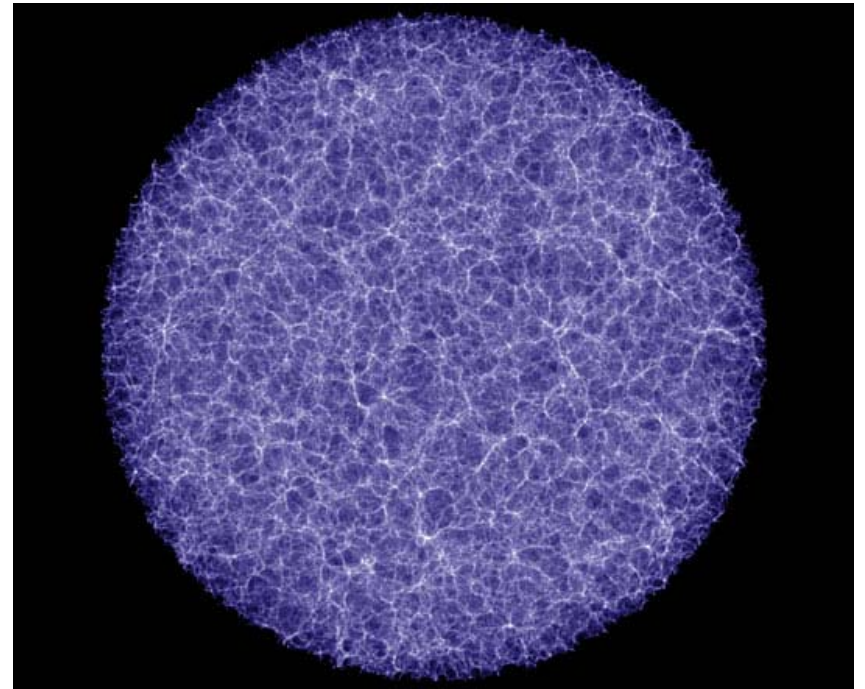


Alcock – Paczynski Effect

박찬
이규환
임규성

Cosmological Principle

- ▶ Homogeneity(균질성) : 우주의 특성이 어느 지점에서나 동일하다.
- ▶ Isotropy(등방성) : 우주의 특성이 어느 방향으로 보더라도 동일하다.



FRW model

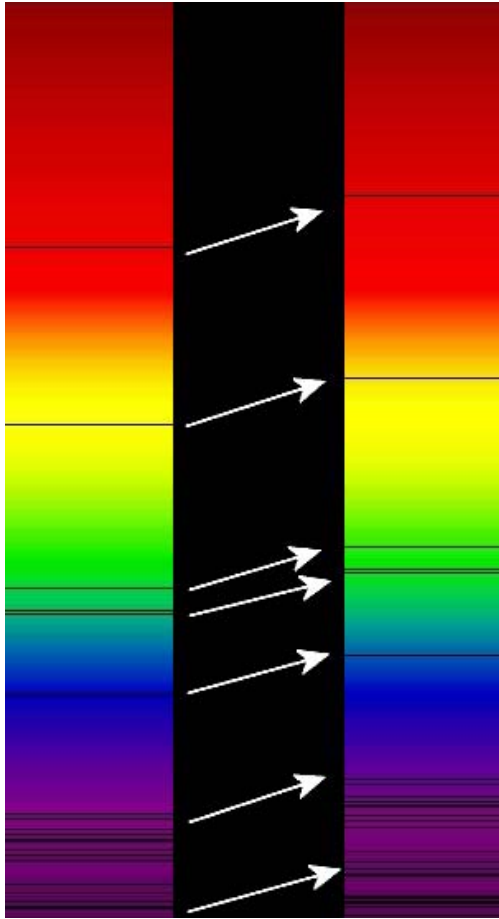
$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right] \quad (\text{FRW metric})$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2} \quad (\text{Friedman equation})$$

$$\dot{\rho} = -3(\rho + p) \frac{\dot{a}}{a} \quad (\text{energy continuity equation})$$

scale factor : universe의 expansion을 describe하는 quantity

Red Shift



$$z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{\lambda_r}{\lambda_e} - 1$$

reception

emission

$\lambda \propto a$ (in the FRW model)

$$1 + z = \frac{a(t_r)}{a(t_e)}$$

먼 곳에서 도달한 빛을 우리가 관측하는 상황에서

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t)} = \frac{a_0}{a(t)}$$

- red shift는 빛이 방출된 시간에 대한 measure이다.
- red shift는 wave length와 무관하다.

Hubble's Law

- ▶ Galaxy들의 거리가 멀어지는 속도에 비례한다.

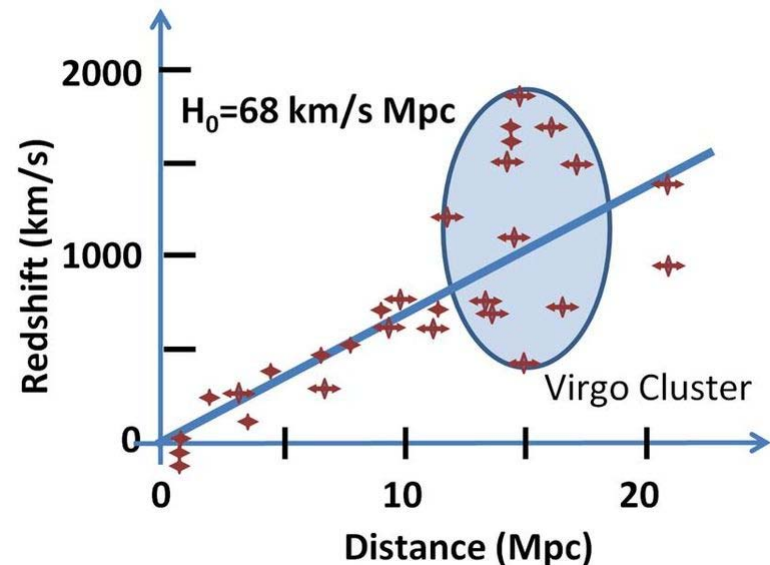
$$r = Hv \quad (z \ll 1)$$

$$H = 72 \pm 8 \text{ km/s/Mpc}$$

$$= h \cdot 100 \text{ km/s/Mpc}$$

$$h = 0.72 \pm 0.08$$

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (\text{in general relativity})$$



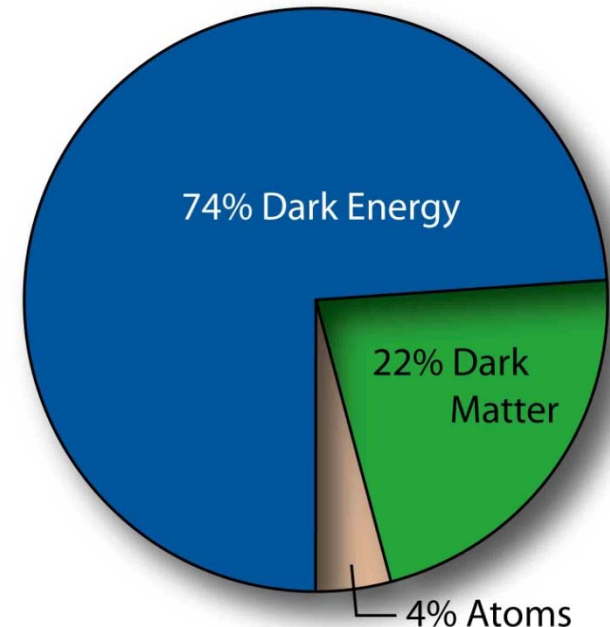
Contents of the universe

- ▶ Matter : dark matter, atom, ...
- ▶ Radiation : photon, neutrino, ...
- ▶ Dark Energy : ??

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2} \quad (\text{Freedman equation})$$

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (\text{critical density})$$

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} = 1 + \frac{k}{H^2 a^2} \quad (\text{density parameter})$$



Matter

- ▶ matter의 속도가 느리므로 압력은 0이다.
- ▶ 만약 우주에 matter만 있다고 가정할 때

$$\dot{\rho}_m = -3\rho_m \frac{\dot{a}}{a} \text{ (energy continuity equation)}$$

$$\rho_m \propto a^{-3}$$

$$\rho_m = \rho_m(t_0) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 = \Omega_m(t_0) \rho_c(t_0) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3$$

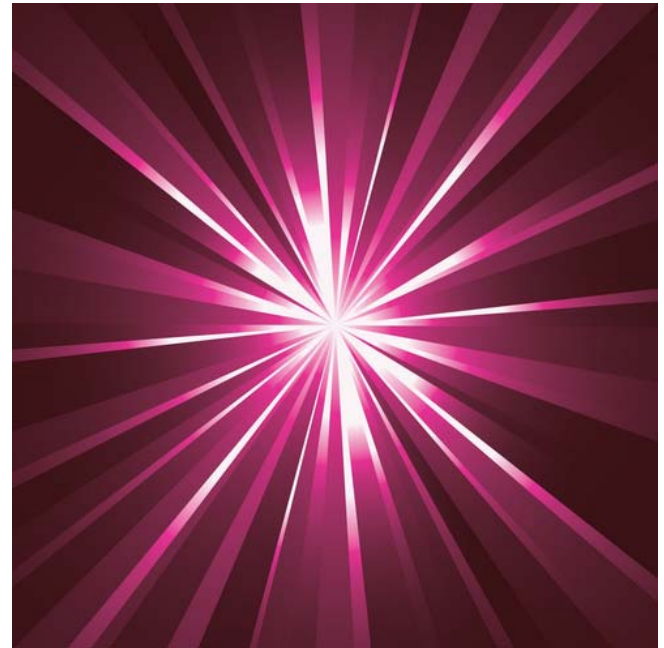
$$= \frac{3}{8\pi G} H_0^2 \Omega_m (1+z)^3$$

Quarks	u up	c charm	t top
	d down	s strange	b bottom
Leptons	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino
	e electron	μ muon	τ tau

Radiation

- ▶ cosmic microwave background를 관측한 결과에 의하면 radiation의 density는 미미하다.

$$\Omega_r \approx 0$$



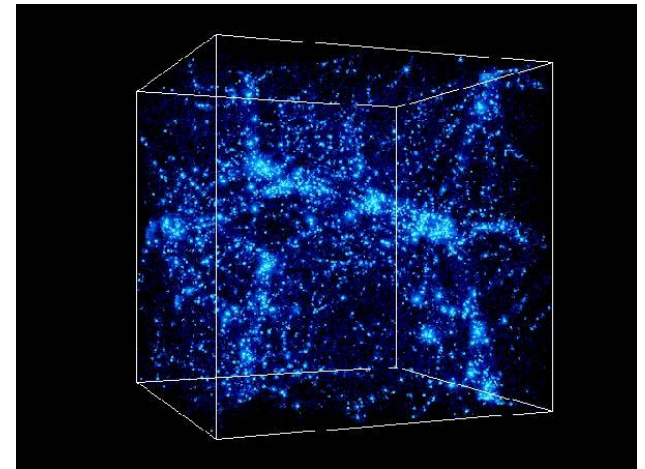
Dark Energy

- ▶ Dark energy가 무엇인지 모르겠지만 다음과 같이 시간에 따라 변하는 equation of state를 써보자.

$$P_X(z) / \rho_X(z) = \omega(z)$$

$$\dot{\rho}_X = -3\rho_X(1 + \omega(z)) \frac{\dot{a}}{a} \quad (\text{energy continuity equation})$$

$$\rho_X = \frac{3}{8\pi G} H_0^2 \Omega_X \exp\left[3 \int_0^z \frac{1 + w(z)}{1 + z} dz\right]$$



Ignore interaction of contents

- ▶ Big Bang 초기에는 상호작용에 대한 에너지가 컸지만 그 이후에는 급격히 줄어들었다.

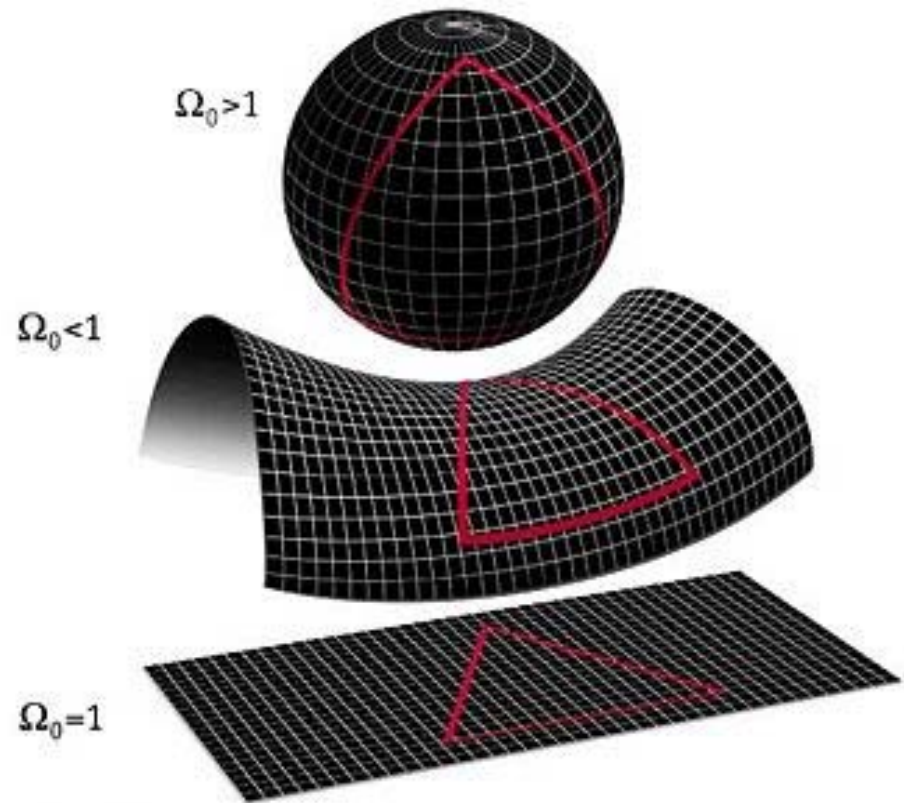
$$\rho = \rho_m + \rho_r + \rho_X$$

$$\Omega = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_X$$

Our universe is almost flat

$k \approx 0$ (우리의 우주는 거의 flat하다.)

$$\Omega = \Omega_m + \Omega_X = 1$$



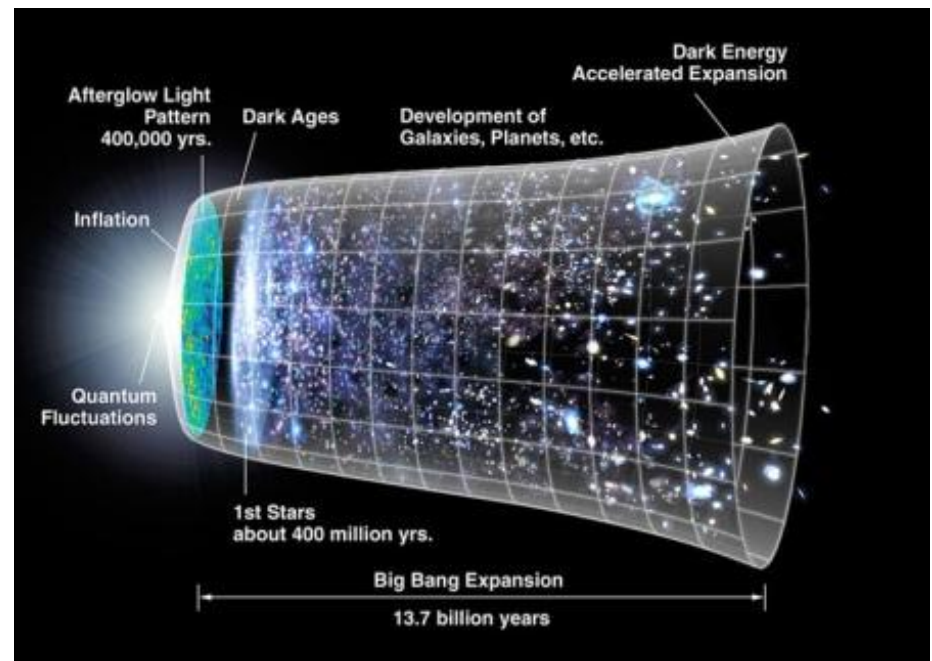
MAP990006

Evolution of scale factor

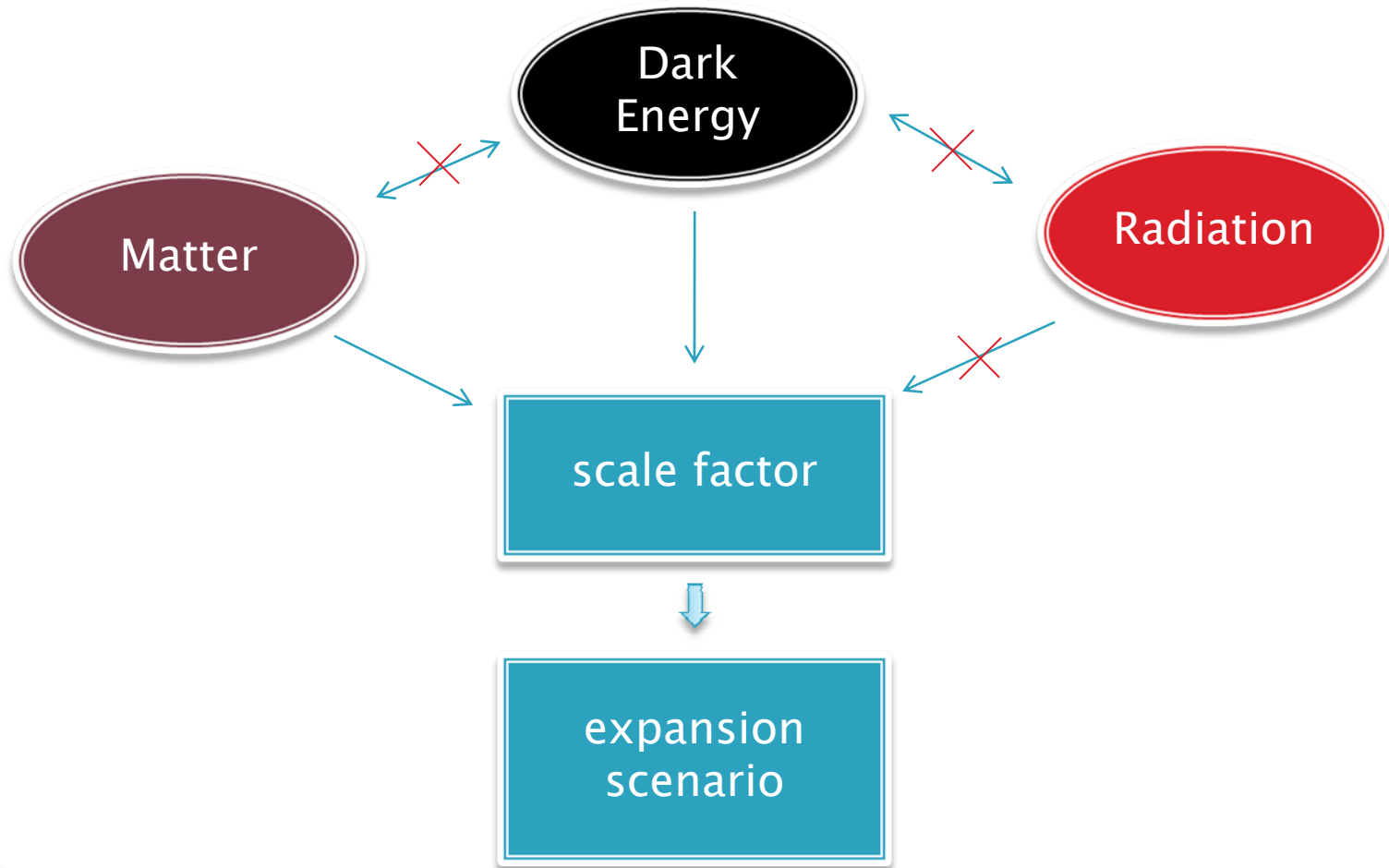
$$\rho = \rho_m + \rho_X = \frac{3}{8\pi G} H_0^2 \left[\Omega_m (1+z)^3 + (1-\Omega_m) \exp \left[3 \int_0^z \frac{1+\omega(z)}{1+z} dz \right] \right]$$

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho = H_0^2 \left[\Omega_m (1+z)^3 + (1-\Omega_m) \exp \left[3 \int_0^z \frac{1+\omega(z)}{1+z} dz \right] \right]$$

$$H(z) = H_0 E(z)$$



Summary



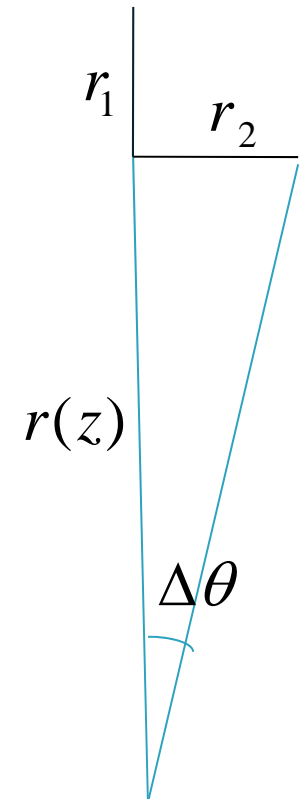
Problem

문제 : Radial 방향과 tangential 방향의 comoving distance를 구하라.

Radial 방향으로의
두 점의 red shift 차이

$$r_1 = c\Delta z / H(z)$$

$$r_2 = (1+z)D_A(z)\Delta\theta$$



Time & red shift relation

$$H^2(z) = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 E^2(z)$$

$$E^2(z) = \Omega_m (1+z)^2 + (1-\Omega_m) \exp\left[3 \int_0^z \frac{1+w(z')}{1+z'} dz'\right]$$

$$\frac{da}{dt} \frac{1}{a} = -\frac{dz}{1+z} \frac{1}{dt} = H_0 E(z)$$

$$dt = -\frac{dz}{(1+z)H_0 E(z)}$$

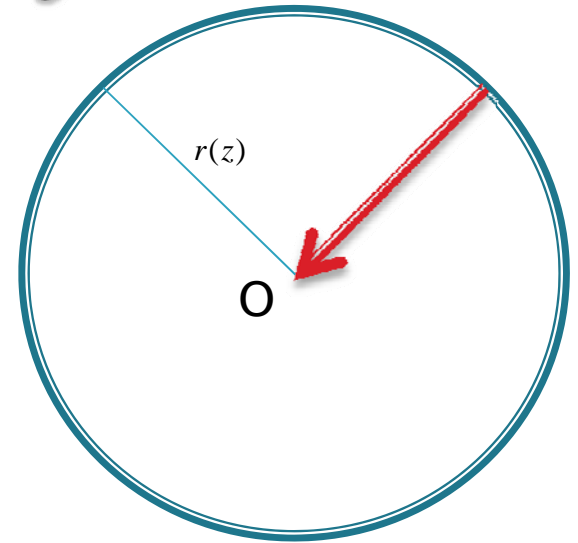
Comoving distance that light moves

FRW metric을 이용하여 빛이 dt 동안 온 좌표계상 거리 $-dr$ 을 계속 더해주면 된다.

$$0 = ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) dr^2$$

$$\int_r^0 -dr = c \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)}$$

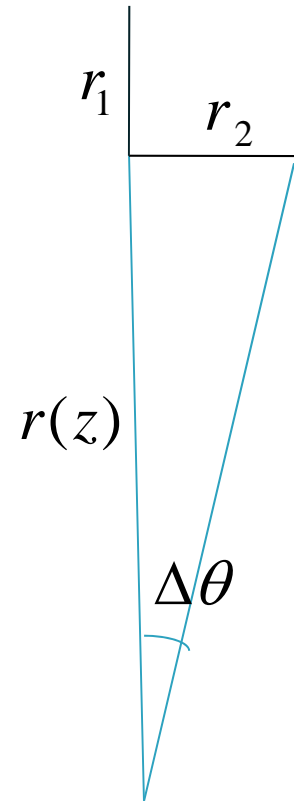
$$\underline{r = \frac{c}{a_0 H_0} \int_0^z \frac{dz}{E(z)} = (1+z) D_A(z)} \quad (\text{set } a_0 = 1)$$



Radial & tangential comoving distance

$$r_1 = \frac{c\Delta z}{H(z)}$$

$$r_2 = r(z)\Delta\theta = (1+z)D_A(z)\Delta\theta$$



Alcock-Paczynski Effect

- ▶ If $r_1 = r_2$

$$\frac{\Delta z}{\Delta \theta} = E(z) \int_0^z \frac{dz}{E(z)}$$

we can get information about $w(z)$.

But, is there a spherical object in the universe?

BAO(Baryon Acoustic Oscillation)란?

BAO를 이해하기 위해 알아둬야 할 배경지식

- ▶ Recombination era
- ▶ Cosmic Microwave Background Radiation
 - CMB란?
 - CMB의 비등방성

Recombination era

- ▶ 우리우주는 극히 뜨거운 상태에서 빅뱅과 인플레이션으로 인해 형성되었다.
- ▶ 우주 극 초기에는 뜨거운 상태에서 Baryon 들과 Photon들이 서로 뒤섞여 충돌하며 열적평형상태를 유지하고 있었다.

Recombination era

- ▶ 우주의 나이가 38만년이 되었을 무렵 충분히 온도가 낮아져 이온화 되어있던 전자와 Baryon들이 결합하여 중성원자를 이루게 된다. 이 시기를 Recombination시기라 한다

* Recombination 시기에 빛의 에너지는 대략 $kT \sim 0.26\text{eV}$ 정도로 수소원자의 이온화 에너지인 13.6eV 보다 훨씬 작지만 Photon의 개수가 10^9 배나 많았기 때문에 빛의 열적분포에서 고에너지 쪽 기여도가 상당히 컸으며 Recombination 시기 직전까지 3000K 정도 온도로도 수소원자를 충분히 이온화 시킬 수 있었다

CMB

- ▶ Recombination 시기에는, Photon과 상호작용 하던 전자들은 Baryon과 결합하여 사라졌기 때문에 Photon들은 자유롭게 빠져나오기 시작한다.
- ▶ 이 빛들을 Cosmic Microwave Background Radiation 이라고 한다
- ▶ CMB는 현재 2.73°K 인 차가운 흑체복사로 존재한다.

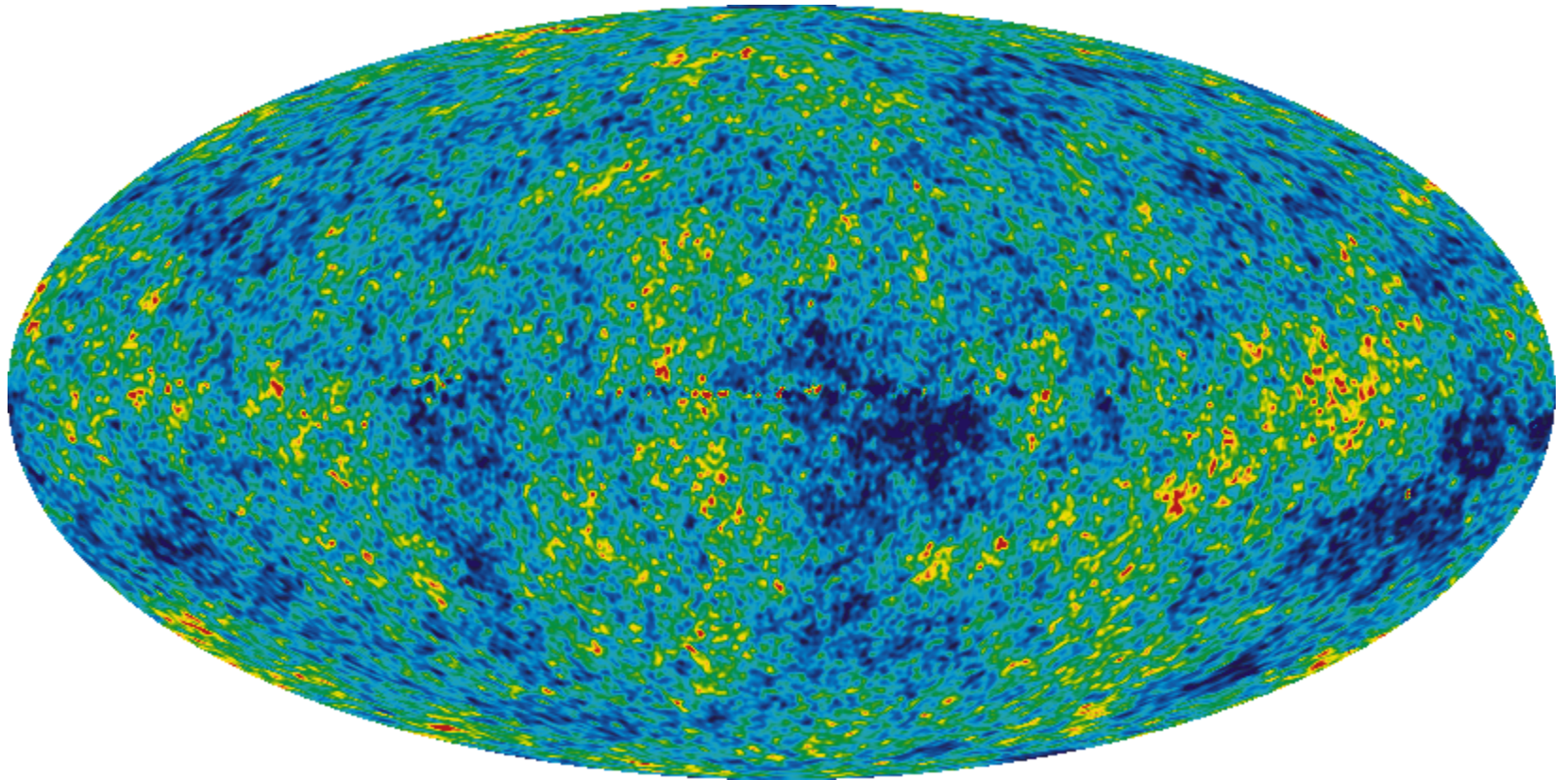
CMB의 비등방성

- ▶ 갖가지 규모의 우주 구조들은 모두 물질의 중력수축에 의하여 생겨났다. 만약 초기 우주의 물질분포가 균일하였다면 이들은 생성될 수 없으며, 중력수축에 의한 구조형성은 반드시 물질분포의 요동(fluctuation)이 존재해야만 가능하다.
- ▶ 과학자들은 우주거대구조의 씨앗이 존재하였을 것이라는 점과 우주배경복사가 빛의 분리시기 불균일한 물질분포에 대한 정보를 담고 있을 것이라는 점으로부터 우주배경복사의 온도는 하늘을 바라보는 방향에 따라 절대온도 2.73 K의 10만분의 1 정도 달라지는 미세한 온도변화(수십 μK)를 지니고 있을 것으로 예측해 왔다.
- ▶ 이를 우주배경복사 온도의 비등방성(anisotropy)이라고 한다.

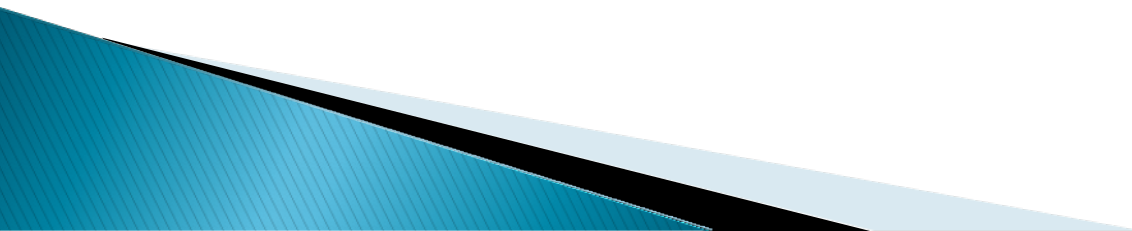
CMB의 비등방성의 의미

- ▶ 우주배경복사의 비등방성은 재결합 시기의 우주 구조를 알 수 있게 해주는 중요한 지표이다.

WMAP 2008



BAO의 진행



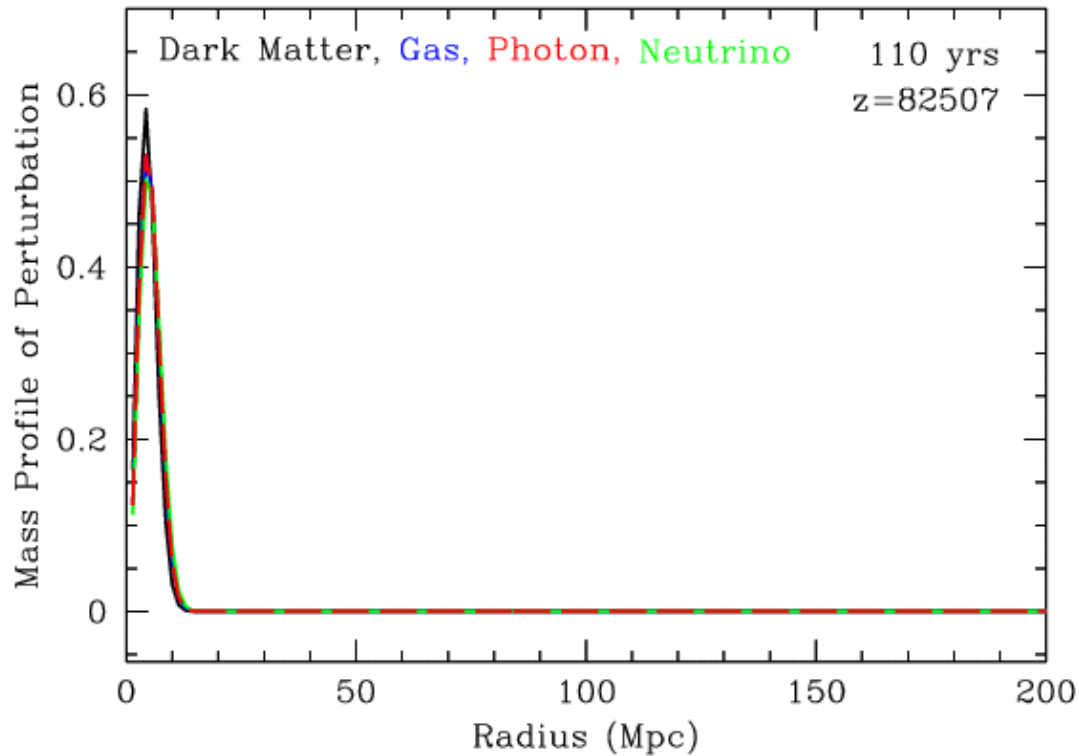


그림 : http://cmb.as.arizona.edu/~eisenste/acousticpeak/acoustic_physics.html

빛이 물질과 분리되기 이전 Photon과 Baryon은 고온 고압 환경에서 Photon-Baryon 유체로 한 몸을 이루고 있었다.

이 때 Photon은 주로 전자와 끊임없이 콤프턴산란을 하고 있었다.

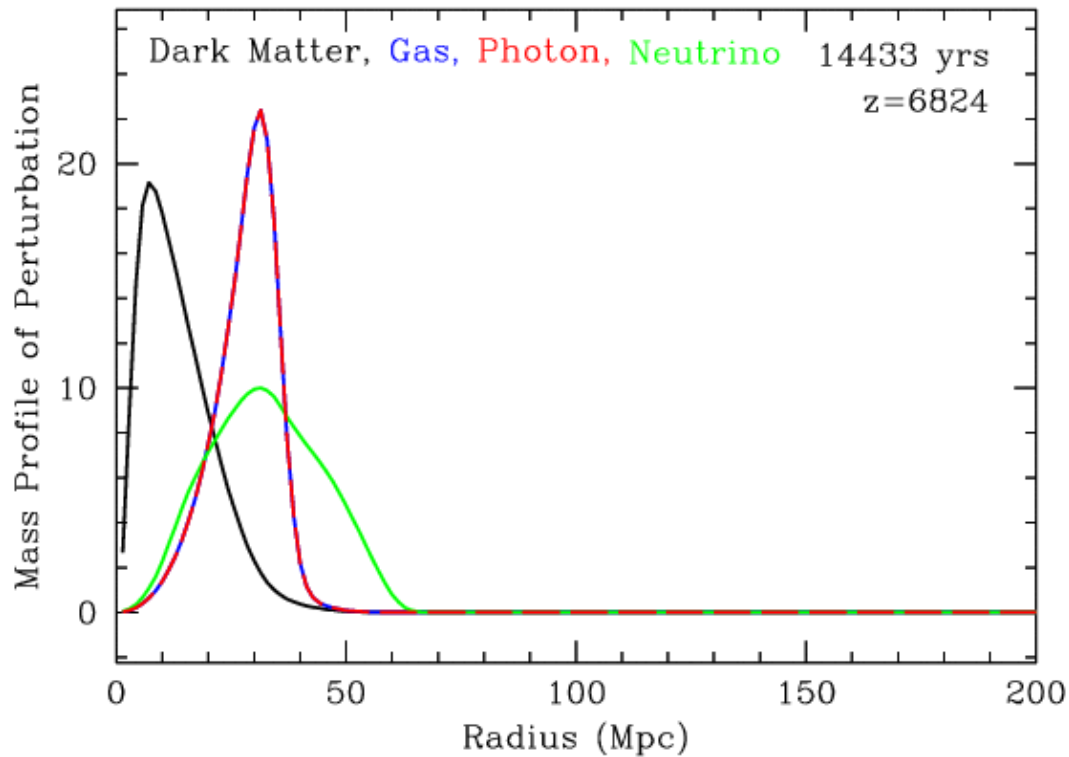


그림 : http://cmb.as.arizona.edu/~eisenste/acousticpeak/acoustic_physics.html

당시 우주에는 불균일한 물질분포로 인한 중력 포텐셜 요동이 존재하였고
 Photon-Baryon 유체는 수축과 팽창을 반복하면서
 다양한 파장의 음파를 형성하고 있었다.
 Neutrino는 거의 상호작용하지 않고 바깥으로 자유롭게 퍼졌다

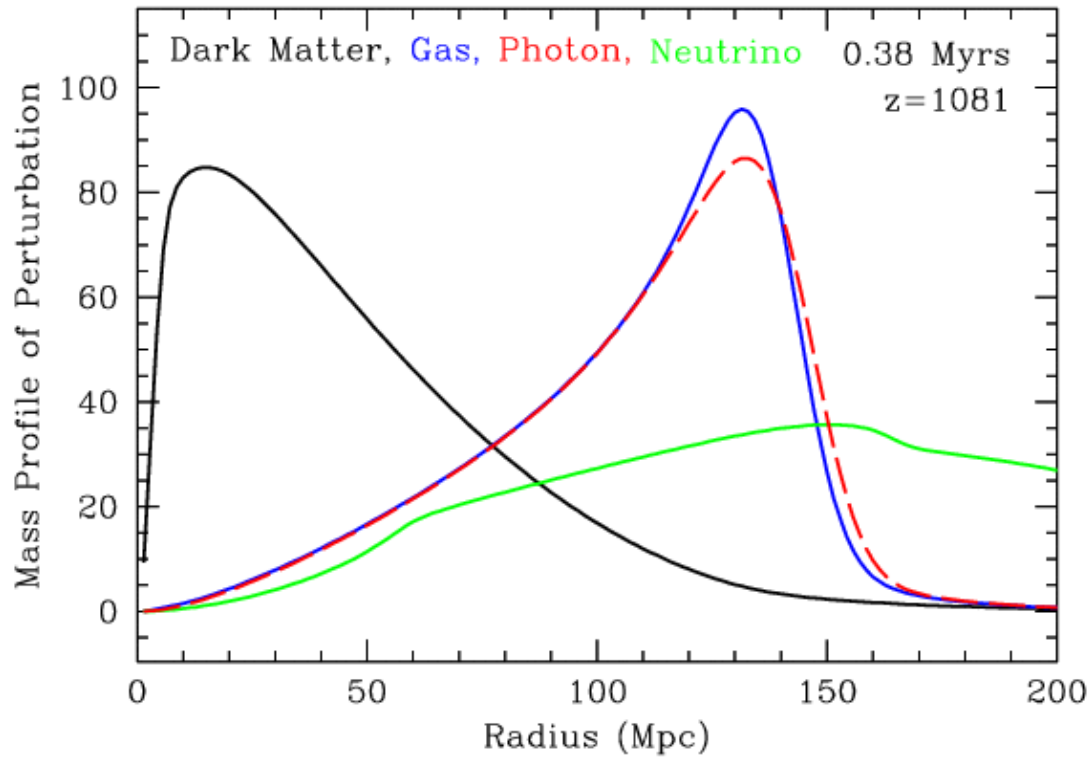


그림 : http://cmb.as.arizona.edu/~eisenste/acousticpeak/acoustic_physics.html

recombination 시기가 되면 Photon의 진행을 가로막던 전자는 중성수소와 헬륨이 형성되면서 사라져버렸고 이후 Photon이 분리 된다. Photon이 물질과 분리될 당시 물질의 요동과 운동 상태에 대한 정보는 우주배경복사 비등방성에 그대로 남아있다.

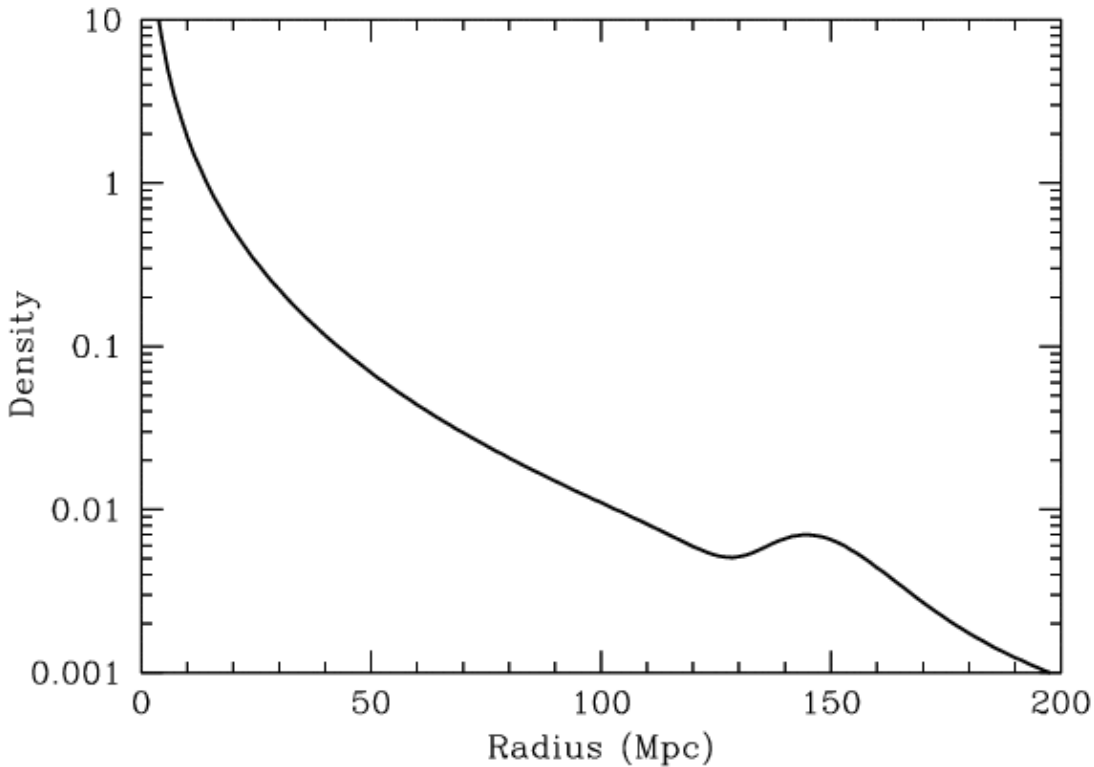
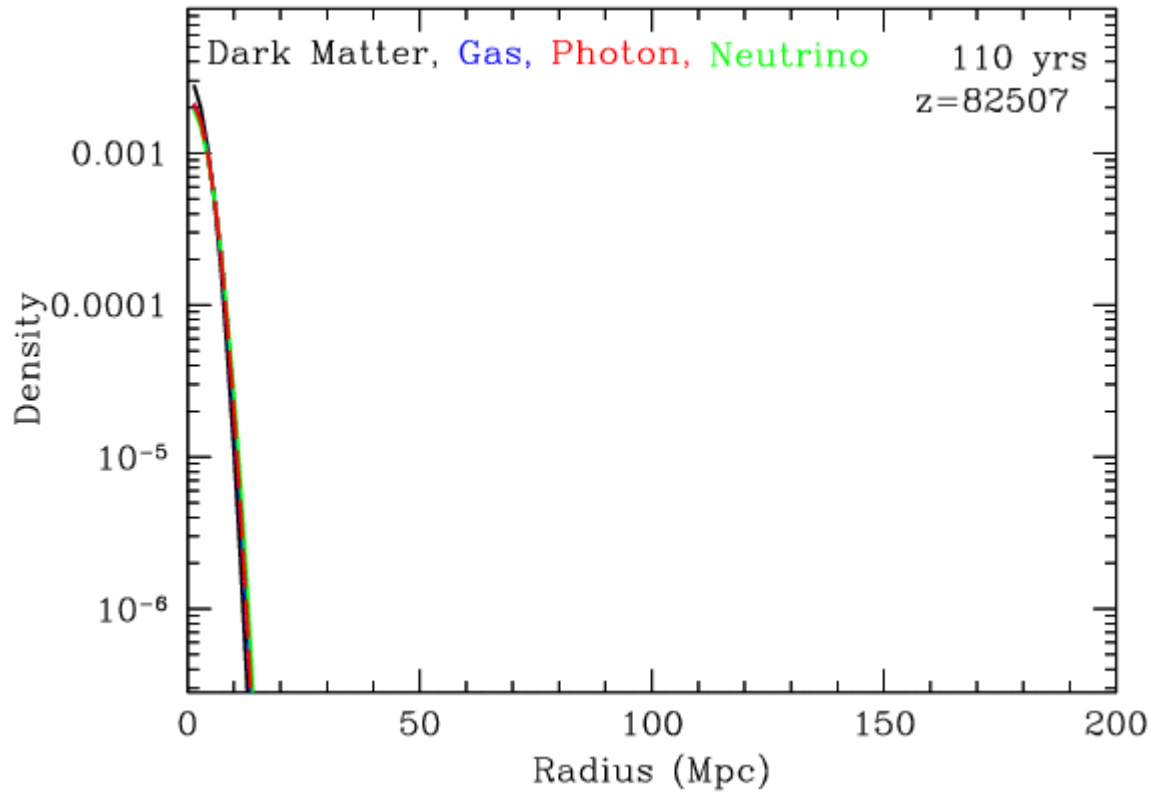


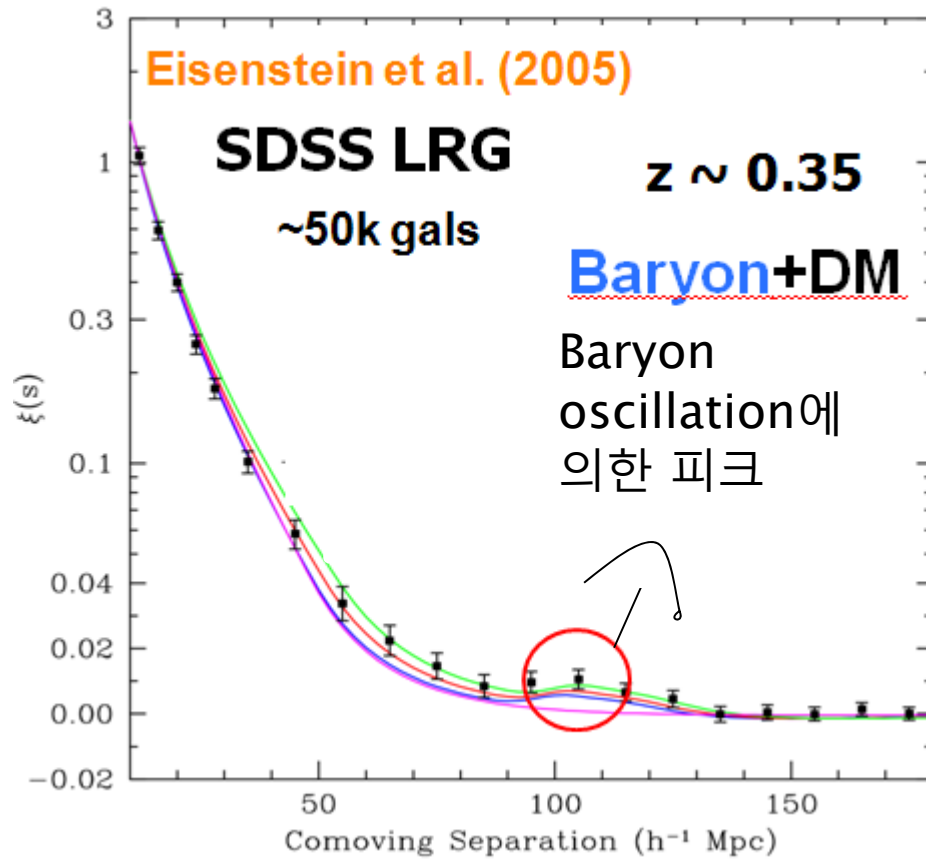
그림 : http://cmb.as.arizona.edu/~eisenste/acousticpeak/acoustic_physics.html

Baryon gas와 Photon의 상호작용이 끊어지면 Baryon은 Dark Matter가 만드는 중력 포텐셜에 빠져들어서 요동이 성장한다. Dark Matter는 Baryon요동이 만든 탄성파피크 근처 요동의 반작용을 받아 자그마한 피크를 만든다.

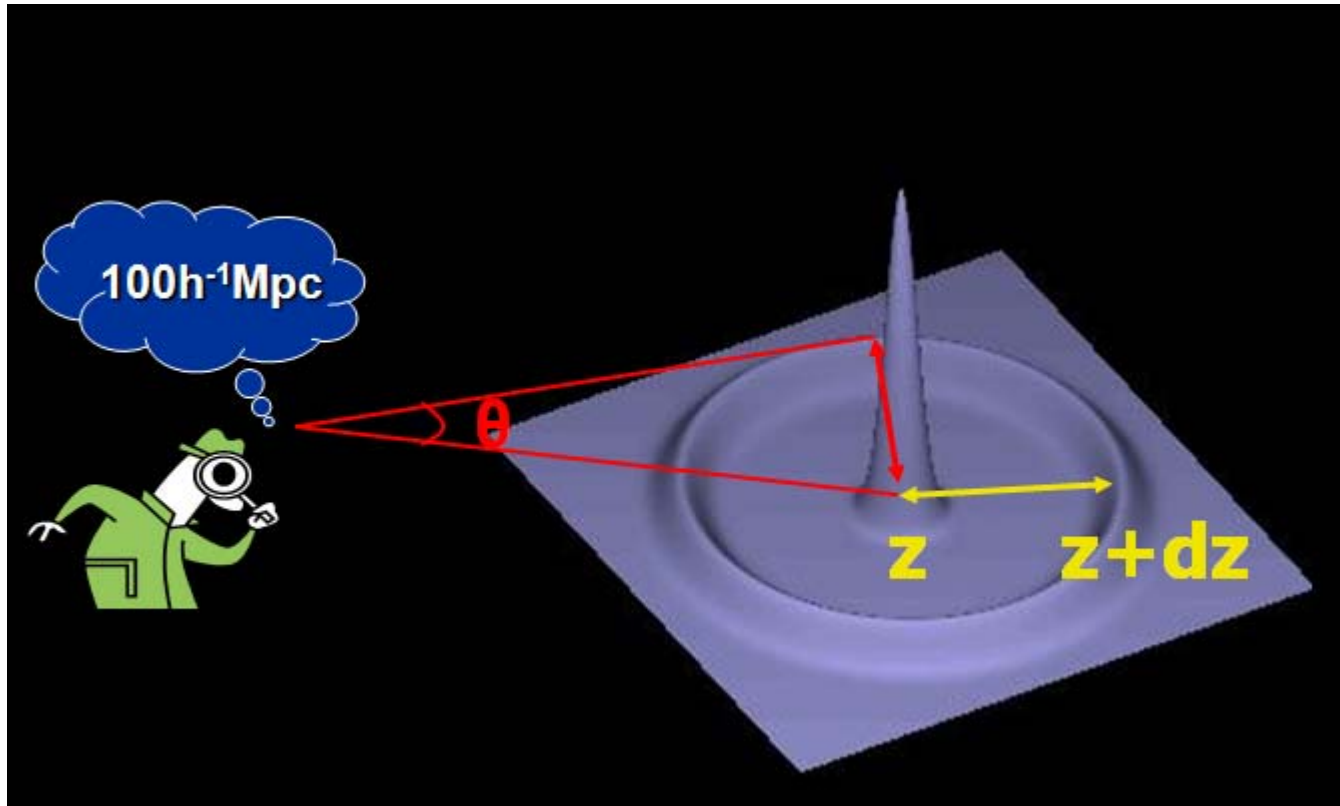
BAO의 진행과정



애니메이션 : http://cmb.as.arizona.edu/~eisenste/acousticpeak/acoustic_physics.html



Standard Ruler



Summary

- ▶ 위의 결과로 BAO는 Standard Ruler로써 사용할 수 있다
(AP-Effect에 BAO를 이용할 수 있다.)
- ▶ AP-Effect에서 $H(z)$ 를 구할 수 있다
(Dark Energy의 상태방정식을 구할 수 있다)